

19. 數列 (Sequences)

簡單嚟講數列就係“數字嘅排列”。係講數列嘅時候，我哋經常會用到以下嘅詞彙：

- I **首項 (First Term)** : 數列中嘅第一個數，記作“**a**”
- I **第 n 項 (The nth term)** : 數列中嘅第 n 個數，記作 T_n 或 $T(n)$ ，通常係數式一個(如 $T_n = n+3$)。因為我哋可以將一個實數代入 n 度而求得數列中嘅某項數(如第二項 = $T(2) = 2+3 = 5$)，第 n 項亦叫做“通項”(Common Term)。
- I **n 項和 (Sum of n terms)** : 由第一項加到第 n 項的總和，記作 S_n 或 $S(n)$ 。

19.1. 等差數列 (Arithmetic Sequence)

公差概念

- I 所謂等差數列就係“喺數列中嘅每個數字(即每一項)同前一項嘅差係相等嘅”
- I 例子: $3, 7, 11, 15, 19, \dots$ 是一個等差數列(因為每一項同前一項嘅差都係 4)。
- I “相等的差”就係“公差”，記作“**d**”

通項

- I 喺等差數列裡面，如果第一項係 a，第二項就係 $a+d$ ，第三項就係 $a+2d$ 。
- I 不難推算：第 n 項 $T(n) = a + (n-1)d$

n 項和

- I 喺中學教科書度條公式係：

$$S(n) = \frac{[2a + (n-1)d] \times n}{2}$$

- I 不過我就會用小學學過嘅計法“頭加尾乘項數除 2”，即：

$$S(n) = \frac{(\text{頭} + \text{尾}) \times \text{項數}}{2}$$

當中: 頭 = a; 尾 = 第 n 項 = $a + (n-1)d$;
項數 = n (因為係計 n 項和)

只要將以上數值代入條“小學公式度”，就會得到教科書入面嘅式。

- I 喺計 n 項和嘅時候，你可以先求第 n 項，再用小學公式去計 $S(n)$ 。或者只記小學公式，但就先代入數值嚟搵返條中學條公式，然後再計 n 項和。

計數技巧

- I 先明白同背咗“通項”、“n 項和”嘅公式
- I 如果唔識點計條數，可利用題目俾嘅資料先求“首項”同“公差”，之後再諗點計條數。
例子：某等差數列的第 3 項為 10，第 6 項為 16。求首 10 項之和。
解說：因第 3 項與第 6 項相差三個數字，所以 $T(6) - T(3) = 3d$ (即 $d = 2$)
另 $a = T(1) = T(3) - 2d = 10 - 4 = 6$
有咗 a 同 d，就可以利用“n 項和”公式嚟求 $S(10)$