

12.5. 有理函數的加、減、乘及除 (Additions, Subtraction, Multiplication and Division of Rational Functions)

“有理函數”即係“一個以多項式為份母嘅份數”

12.5.1. 有理函數的加及減

“有理函數的加及減”其實同“份數加減”大同小異。

- 當中最重要嘅技巧係“通分母”。
- 而“通分母”當中又要搵 HCF 同 LCM。依個亦都係點解我哋之前要學“搵多項式嘅最大公因式同最小公倍式”

份數加減的例子：

$$\begin{aligned} \frac{3}{54} - \frac{2}{45} &= \frac{3 \times 5}{270} - \frac{2 \times 6}{270} && (270 \text{ 係 } 54 \text{ 同 } 45 \text{ 嘅 LCM}) \\ &= \frac{15 - 12}{270} \\ &= \frac{3}{270} \\ &= \frac{1}{90} \end{aligned}$$

明白以上嘅份數相減之後就應該可以明白“有理函數的加及減”係點做嘅：

$$\begin{aligned} \frac{a}{a-1} - \frac{1}{a+1} \\ &= \frac{a(a+1) - 1(a-1)}{(a-1)(a+1)} && ((a-1) \text{ 同 } (a+1) \text{ 嘅最小公倍式係 } (a-1)(a+1)) \\ &= \frac{a^2 + a - a + 1}{(a-1)(a+1)} \\ &= \frac{a^2 + 1}{(a-1)(a+1)} \end{aligned}$$

- ◇ “有理函數的加及減”應該唔會出得太深。
 - 最多份母度會係一個“二次方”嘅多項式。
 - ◆ 遇到咁嘅情形，大家就先要將份母做因式分解。

12.5.2. 有理函數的乘及除

“有理函數的乘”其實同“份數乘”大同小異。

- 當中最重要嘅技巧係“約數”。
- 其次就係將多項式做因式分解（方便約數）。

“有理函數的除”其實同“份數除”大同小異。

- 當中最重要嘅技巧係利用“將除數上下顛倒”將“除變乘”。

份數乘除的例子：

$$\begin{aligned}\frac{5}{54} \times \frac{2}{45} &= \frac{1}{27} \times \frac{1}{9} && (5 \text{ 同 } 45 \text{ 可約、} 2 \text{ 同 } 54 \text{ 又可以約}) \\ &= \frac{1}{243}\end{aligned}$$

明白以上嘅份數相減之後就應該可以明白“有理函數的乘及除”係點做嘅：

$$\begin{aligned}\frac{x-2}{x^2+x-6} \div \frac{5}{x^2+5x+6} \\ &= \frac{x-2}{(x+3)(x-2)} \div \frac{5}{(x+3)(x+2)} && (\text{先把多項式做因式分解}) \\ &= \frac{x-2}{(x+3)(x-2)} \times \frac{(x+3)(x+2)}{5} && (“將除數上下顛倒”將“除變乘”) \\ &= \frac{1}{1} \times \frac{(x+2)}{5} && (\text{約數}) \\ &= \frac{(x+2)}{5}\end{aligned}$$