

12.4. 多項式的最大公因式和最小公倍式 (The Greatest Common Divisor and The Least Common Multiple of Polynomials)

12.4.1. 最大公因數和最小公倍數 (HCF and LCM)

唔知大家仲記唔記得小學或者初中學過“最大公因數 Highest Common Factor” (HCF) 同“最小公倍數 Lowest Common Multiple” (LCM) 呢？

例如 54 同 45 嘅 HCF 係 9，LCM 係 270。點解？

- 要搵 HCF 同 LCM，我哋要先搵 6 同 8 咗因數。
 - $54 = 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 2 \times 3^3$
 - $45 = 3 \times 3 \times 5 = 3^2 \times 5$
- HCF 就係將 54 同 45 都有嘅因數擺出嚟。
 - 54 有“三個 3”，45 有“兩個 3”，所以一齊有嘅係“兩個 3”。
 - 所以 $HCF = 3^2 = 9$
- LCM 就係將 54 同 45 嘅因數都擺一次出嚟，而且有咁多擺多。
 - 54 同 45 當中有出現過嘅因數有 2，3 同 5。
 - ◆ 2 最多出現一次，3 最多出現三次，5 最多出現一次。
 - 所以 $LCM = 2 \times 3^3 \times 5 = 270$

12.4.2. 多項式的最大公因式和最小公倍式

搵多項式嘅最大公因式同最小公倍式其實同搵數字嘅 HCF、LCM 大同小異。

- 我哋先要搵兩個多項式嘅因式（即係做因式分解）。
 - 當中如果個多項式係“三次方”嘅，咁我哋就要用之前學咗嘅因式定解。

◇ 為方便起見，以下嘅例子會當兩個多項式已經做咗因式分解。

例子： $f(x) = (x - 1)(2x + 1)^2(x + 2)$ ； $g(x) = (x + 1)(2x + 1)(x + 2)$

求 $f(x)$ 和 $g(x)$ 的最大公因式和最小公倍式

解答：

- 其實只要我哋當每一個括號都係一個“公仔”，利用搵數字嘅 HCF 同 LCM 嘅技巧，我哋會見到：
 - 最大公因式 = $(2x + 1)(x + 2)$
 - 最小公倍式 = $(x - 1)(x + 1)(2x + 1)^2(x + 2)$