

13.2. 解三角方程(二) (Solving Trigonometric Equations – Part 2)

✧ 喺第二部份要學識係解“其他的三角方程”。

- 至於“其他的三角方程”係咩課程冇交代到。不過理應包括下面例子中嘅幾種形式。
- 留意下面嘅例子係唔會特別提“ θ 嘅區間”，解說亦只會化簡到最基本嘅三角方程。
- ◆ 大家可以根據第一部份學嘅方法嚟繼續計落去。

包含二個三角比函數嘅三角方程

● 例子：解方程 $2\sin \theta - \cos \theta = 0$

- 解依種方程嘅方法係 $\cos \theta$ 搬去右邊，然後兩邊除 $\cos \theta$ 。即：

$$2\sin \theta - \cos \theta = 0$$

$$2\sin \theta = \cos \theta$$

$$2 \sin \theta / \cos \theta = 1$$

$$2 \tan \theta = 1 \quad (\sin \theta / \cos \theta = \tan \theta)$$

$$\tan \theta = 1/2$$

✧ 留意題目中嘅右邊應該是 0，否則以上方法就行唔通（照計中學文憑數學唔會出得咁深）。

● 例子：解方程 $2\sin \theta = \tan \theta$

- 解依種方程嘅方法將 $\tan \theta$ 變成“ $\sin \theta / \cos \theta$ ”。即：

$$2\sin \theta = \tan \theta$$

$$2\sin \theta = \sin \theta / \cos \theta$$

$$\sin \theta = 1 \quad \text{或} \quad 2 = 1/\cos \theta$$

$$\sin \theta = 1 \quad \text{或} \quad \cos \theta = 1/2$$

二次方的三角比方程（即出現 $\sin^2 \theta$ 、 $\cos^2 \theta$ 等）

● $2\sin^2 \theta - 7\sin \theta + 3 = 0$

- 大家要知道： $\sin^2 \theta = (\sin \theta)^2$
- 所以上面嘅方程可以睇成係一條一元二次方程，只不過個未知數就唔係 x ，係 $\sin \theta$ 。
- 解題嘅方法就係用計數機嘅一元二次方程程式。條數可以咁開始做：

$$2\sin^2 \theta - 7\sin \theta + 3 = 0$$

$$\sin \theta = 1/2 \quad \text{或} \quad \sin \theta = 3 \quad (\text{捨去，因為 } -1 \leq \sin \theta \leq 1)$$

● $2\cos^2 \theta - 7\sin \theta + 3 = 0$

- 留意喺依度個二次方嘅三角函數同一次方嘅三角函數係唔同嘅！喺依個時候大家要用公式“ $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ ”將條方程變一變，咁就會出現一條一元二次方程。即：

$$2\cos^2 \theta + \sin \theta - 1 = 0$$

$$2(1 - \sin^2 \theta) + \sin \theta - 1 = 0$$

$$-2 \sin^2 \theta + \sin \theta + 1 = 0$$

$$\sin \theta = 1 \quad \text{或} \quad \sin \theta = -1/2$$

✧ 除咗以上幾種三方比程，其實仲有其他形式嘅三角方程。不過如果我哋明白以上嘅技巧，要解其他三角方程都應該唔會有太大問題。