

## 12. 直線與圓的方程 (Equations of Straight Lines and Circles)

✧ 大家喺學依課之前一定要學識“唔好以為唔駛考課題”入面“第 11 課 - 坐標”。特別係當中有關斜率嘅部份。

### 12.1. 理解直線方程 (Understand the Equation of a Straight Line)

#### 12.1.1. 求直線方程的方法 (Methods of Finding the Equation of a Straight Line)

- 根據中學文憑數學嘅課程，大家須要識得喺知道以下嘅條件嘅情況下求直線嘅方程：
  - 直線上任意兩點的坐標
  - 直線的斜率及該直線上一點的坐標
  - 直線的斜率及其 y 截距
- 但其實不論係詳情況、無論係咩題目，只要係求直線方程，我哋都要先搵到以下兩樣嘢：
  - 條直線嘅斜率 (當計到等於 m)
  - 直線上其中一點嘅坐標 (當個點係  $(x_1, y_1)$ )
- 搵到“直線嘅斜率”同“直線上其中一點嘅坐標”之後，條直線嘅方程就會係：

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = m$$

- 考試嘅時候因為 m 同  $(x_1, y_1)$  會係實數，所以我哋可以將條方程化簡。例如：

$$\frac{y - 3}{x - 1} = -1$$

$$y - 3 = -x + 1$$

$$x + y - 2 = 0$$

(同學也可把方程寫成： $y = -x + 2$ )

#### 12.1.2. 求直線斜率的方法

✧ 做“求直線方程嘅題目”時最重要嘅一步可以話係“計直線嘅斜率”。

- 求直線斜率嘅方法基本上有五個：

- 利用兩點已知點嘅坐標，代入公式 斜率  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

- 利用“如兩條線平行，則它們的斜率相等”，即  $m_1 = m_2$

- 利用“如兩條線互相垂直，則  $m_1 \times m_2 = -1$ ”

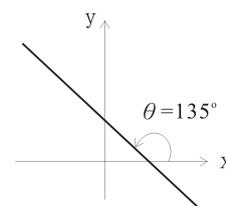
- 斜率  $m = \tan \theta$

(其中  $\theta$  為“由 x 軸開始以逆時鐘方向度起至直線的夾角”)

例子：右圖中直線的斜率 =  $\tan 135^\circ = -1$

- 把直線的方程變成  $y = mx + c$  的形式。

直線的斜率 = m



### 12.1.3. 由直線方程描述直線的特徵 (Describing the Features of a Straight Line from its Equation)

☆ 希望嚟到依度，大家已經接受到以下幾點：

- 直線方程嘅形式係  $ax + by + c = 0$  (當中  $a, b$  及  $c$  為數字)。
- 要定出一條直線，我哋要定出直線嘅斜率同直線通過嘅其中一點。
- 一條直線比較特別嘅點係  $x$ -軸同  $y$ -軸上嗰兩點 (即  $x$ -軸截點同  $y$ -軸截點)。

● 當我哋要由一條直線方程嚟描述一條直線嘅特徵嘅時候，我哋就一定先要做以下嘅嘢：

- 將直線嘅方程由  $ax + by + c = 0$  變成  $y = mx + c$ 。
- ◆ 留意兩條式入面嘅  $c$  只係符號相同，佢哋嘅值並唔相等！

● 有咗  $y = mx + c$  條式，我哋要知道條直線嘅“斜率”、“ $x$ -軸截距”同“ $y$ -軸截距”可以話係易如反掌。

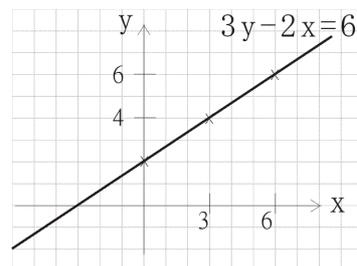
- $m$  其實係我哋通常用嚟代表斜率嘅符號，既然條式都叫“ $y = mx + c$ ”，所以好易記：
  - ◆ 直線斜率 =  $m$ 。
- $y$ -軸截點嘅特點係“ $x$ -坐標 = 0”。代  $x=0$  入條式度我哋會計到“ $y = c$ ”。所以：
  - ◆  $y$ -軸截距 =  $c$  (即  $y$ -軸截點 =  $(0, c)$ )
- $x$ -軸截點嘅特點係“ $y$ -坐標 = 0”。代  $y=0$  入條式度我哋會計到“ $x = -c/m$ ”。所以：
  - ◆  $x$ -軸截距 =  $-c/m$  (即  $x$ -軸截點 =  $(-c/m, 0)$ )

● 另外一樣要識嘅就係要知道點測試一點係唔係喺條直線上面。

- 其實方法冇咩特別。當我哋要試吓點  $(3, 5)$  係唔係喺條直線上面。
  - ◆ 我哋只要代  $x=3$  入條直線嘅方程度，睇吓計到嘅  $y$ -值係唔係 5 就可以。
    - 當然，如果計到嘅  $y$ -值係等於 5，咁  $(3, 5)$  就係喺條直線上面。
  - ☆ 以上嘅方法根本就係用嚟測試“一點係唔係喺一個圖像  $y=f(x)$  上”嘅方法。

● 例子解說：先畫出直線  $3y - 2x = 6$

$x$	0	3	6
$y$	2	4	6



■ 將“ $3y - 2x = 6$ ”變成  $y = mx + c$ ：

$$y = (2/3)x + 2$$

◆ 因此直線斜率 =  $2/3$

從右圖中，大家要留意正嘅斜率係“斜向邊一面”（由左下角向右上角走）；負嘅斜率就會“斜向另一面”（由左上角向右下角走）。

◆  $y$ -軸截距 =  $c = 2$  (這與從圖中所睇到嘅係一樣)

◆  $x$ -軸截距 =  $-c/m = -2/(2/3) = -3$  (這與從圖中所睇到嘅係一樣)

◆ 如果代  $x=3$  入條式同，我哋會計到  $y = 4$ 。

所以點  $(3, 6)$  唔係喺條線上面。 (這與從圖中所睇到嘅係一樣)