

## 7.5. 理解等差數列和等比數列的有限項求和公式及使用該公式解有關問題 (Understand the General Formulae of the Sum of a Finite Number of Terms of an Arithmetic Sequence and a Geometric Sequence and Use the Formulae to Solve Related Problems)

- ◇ “有限項求和公式” 其實係指將數列嘅第 1 項加第 2 項、加第 3 項.....一直加到第 n 項。
- ◇ 因此有時我哋會叫依個“和”做“n 項和”，記作  $S_n$  或  $S(n)$ 。

### 7.5.1. 等差數列的有限項求和公式

- 喺中學教科書度條公式係：
$$S(n) = \frac{[2a + (n-1)d] \times n}{2}$$
- 不過我就係記小學學過嘅公式：  
“頭加尾乘項數除 2”，即：
$$S(n) = \frac{(\text{頭} + \text{尾}) \times \text{項數}}{2}$$
  - 當中：頭 =  $a$ ；尾 = 第  $n$  項 =  $a + (n-1)d$ ；項數 =  $n$ （因為係計  $n$  項和）
  - 其實只要將以上數值代入條“小學公式度”，我哋就會得到中學教科書入面嘅公式。

### 7.5.2. 等比數列的有限項求和公式

- 公式：
$$S(n) = \frac{a(1 - R^n)}{1 - R} \quad \text{或} \quad S(n) = \frac{a(R^n - 1)}{R - 1}$$
- 唔似等差數列嘅  $n$  項和，我哋係有“小學公式”嘅。
- 而兩條公式雖然相等，不過我就會記前面嗰條。

### 7.5.3. 使用公式解有關問題

- 所謂“使用公式解有關問題”即係“做長題目”，當中可以包括與幾何圖形有關的題目。
  - 例如一系列的相似圖形中的面積就是一個等比數列。
- ◇ “解有關問題”時嘅技巧包括：
  - 先明白同背咗“通項”、“ $n$  項和”嘅公式。
  - 如果唔識點計條數，可利用題目俾嘅資料先求“首項”、“公差”和“公比”，之後再諗點計條數。
- 例子：某等差數列的第 3 項為 10，第 6 項為 16。求首 10 項之和。  
 解說：因第 3 項與第 6 項相差三個“位”，所以  $T(6) - T(3) = 3d$ （即  $d = 2$ ）  
 另  $a = T(1) = T(3) - 2d = 10 - 4 = 6$   
 有咗  $a$  同  $d$ ，就可以利用“等差數列  $n$  項和”公式嚟求  $S(10)$