

6.3. 理解聯變和部分變及其在解現實生活問題時的應用 (Understand Joint Variations and Partial Variations, and their Applications to Solving Real-Life Problems)

6.3.1. 聯變 (Joint Variations)

- “聯變”可以話係兩個或以上嘅“正變、反變”結合之後嘅關係。
- 變數嘅數目由之前正變、反變嘅“一對一”（即 y 隨 x 正變）變成“一對幾”（例如 y 隨 x 正變及隨 z^2 正變）。
 - 而亦因為“結合”嘅形式可以千變萬法，所以冇一定嘅數式。
- 大家要學嘅係“將文字描述嘅關係變成一條數式”。例如：
 - 文字描述： y 隨 x 正變且隨 z^2 正變（留意每一個顏色代表一個關係）
 - 數式： $y = kxz^2$ （ k 為非零常數）
 - ◆ 留意 x 同 z^2 係用“乘”連埋嘅。
- 另一個例子：
 - 文字描述： y 隨 x 正變及隨 r^2 反變
 - 數式： $y = kx / r^2$ （ k 為非零常數）
 - ◆ 留意因為 y 隨 r^2 反變，所以數式入面會出現 $1/r^2$ 。
 - ◆ 而最後 x 同 $1/r^2$ 都係用“乘”連埋嘅。
 - ◆ 大家亦可以睇成“有反變關係嘅變數會放喺分母度、而有正變關係嘅變數就會放喺分子度”。

- 喺會考度聯變通常會連埋百分數一齊考。照計喺文憑數學度都應該係咁。

例子：已知 y 隨 x 正變且隨 r^2 反變。當 r 增加 10%， x 減少 5% 時，求 y 的改變百分數。

解說：先寫條數式出嚟：

$$y = k \frac{x}{r^2}$$

當 r 增加 10% 時， r 的新值 = $r(1 + 10\%) = r(1.1) = 1.1r$

當 x 減少 5% 時， x 的新值 = $x(1 - 5\%) = x(0.95) = 0.95x$

所以， y 的新值 = $k \frac{(0.95x)}{(1.1r)^2} = \frac{0.95}{1.1^2} \left(k \frac{x}{r^2} \right) = 0.79(y \text{ 的舊值})$

因為 y 由“ $1y$ ”變成“ $0.79y$ ”，所以 y 減少了 21%。

6.3.2. 部分變 (Partial Variations)

- 喺“聯變”度，變數與變數之間的關係係“乘”同“除”。
- 而喺到部分變入面，變數與變數之間嘅關係係“加”同“減”。
- 同聯變一樣，喺部份變入面：
 - 變數嘅數目由之前正變、反變嘅“一對一”（即 y 隨 x 正變）變成“一對幾”（例如 y 隨 x 正變及 z^2 正變）。
 - 而“結合”嘅形式亦係千變萬法，所以冇一定嘅數式。
- 大家要學嘅亦係“由文字描述嘅關係變成一條數式”：
 - 文字描述： y 是兩部份之和，其中一部份固定不變，另一部份隨 x^2 正變
 - 數式： $y = k_1 + k_2x^2$ （ k_1, k_2 為非零常數）
 - ◆ 留意“固定不變”即係等於一個常數。
 - ◆ 另兩個部份當中嘅常數係唔同嘅，所以用 k_1 同 k_2 。

例子： y 是兩部份之和，其中一部份固定不變，另一部份隨 x^2 正變。
當 $x = 2$ 時， $y = 14$ ；當 $x = 1$ 時， $y = 11$ 。求當 $x = 3$ 時 y 的值。

解說：

- 根據題目， $y = k_1 + k_2x^2$ （ k_1, k_2 為非零常數）
- 因為要計“當 $x = 3$ 時 y 的值”，我哋要先求 k_1 同 k_2 係幾多。
 - 方法同“6.1.3 解現實生活問題時的應用”入面所提到嘅差唔多。
 - 我哋可以利用題目俾我哋嘅兩個實際例子搵到兩條方程。用計數機可以輕易計到依兩條“聯立方程”嘅答係係 $k_1 = 10$ 同 $k_2 = 1$ 。
- 有咗 k_1 同 k_2 ，我哋要先寫返好條式： $y = 10 + x^2$ 。
- 所以當 $x = 3$ 時， $y = 10 + (3)^2 = 19$