

### 5.3. 解可變為二次方程的方程 (Solve Equations which can be Transformed into Quadratic Equations)

- ☆ 所謂“解可變為二次方程的方程”其實係指當我哋解一條方程嘅時候，原來嘅方程最終會被“化簡”成一條二次方程。
- 咁之後我哋就可以用“解二次方程”嘅方法（用計數機嘅程式）嚟計到個答案。
  - 文憑課程中指明咗“可變為二次方程的方程”包括：分式方程、指數方程、對數方程同埋三角方程。

#### 5.3.1. 分式方程 (Fractional Equations)

- 分式方程係指方程入面會有以多項式做分母嘅分數式出現嘅方程。

例子： 解方程

$$\frac{2}{x+1} - \frac{1}{x+2} = 1$$

解說：

- 其實做分式方程有咩特別。
- 就當你睇到條數嘅時候唔知點計，咁你會覺得有咩可以做吓呢？
  - 因為要計“分數”相減，我哋要先做“通分母”。
  - 通完分母之後條數會變成咁：

$$\frac{2(x+2) - 1(x+1)}{(x+1)(x+2)} = 1 \quad \left( \text{分母就係一個“二次方嘅多項式”} \right)$$

- 之後繼續化簡落去吧！

$$\frac{2x+4-x-1}{x^2+2x+x+1} = 1 \quad \left( \text{將分母展開} \right)$$

$$\frac{x+3}{x^2+3x+1} = 1$$

$$x+3 = x^2+3x+1 \quad \left( \text{將分母移去右邊變成“}1 \times \text{分母”} \right)$$

$$-x^2 - 2x + 2 = 0 \quad \left( \text{移項後就得到一條二次方程} \right)$$

$$x = 0.73 \quad \text{或} \quad x = -2.73 \quad \left( \text{用計數機程式直接篤個答案出嚟} \right)$$

### 5.3.2. 指數方程 (Exponential Equations)

- 指數方程其實同“二次方程”個樣差唔多，只不過 d 指數（即次方）會大 d。
  - 例如： $x^4 + 4x^2 - 5 = 0$
  - 留意俾你計得嘅指數方程都會有一個特點，就係兩個指數會相差一倍。
    - ◆ 就好似  $x^4$  同  $x^2$ ，或者  $x^6$  同  $x^3$  咁。
    - ◆ 有咁嘅特點係因為唯有咁，條指數方程先可以變成“二次方程”。

例子：解方程  $x^4 + 4x^2 - 5 = 0$

解說：

- 因為兩個指數係相差一倍，所以我哋先利用  $x^4 = (x^2)^2$  嚟改變條方程：
 
$$(x^2)^2 + 4x^2 - 5 = 0$$
- 喺依個時候，我哋只要當“ $x^2$ ”係一個公仔，咁就睇到條方程其實係一條二次方程。即係好似： $y^2 + 4y - 5 = 0$
- 有好多老師會教你哋設  $y = x^2$ ，然後寫上面條方程出嚟。不過我覺得只要你接受到“當  $x^2$  係個公仔”，咁就可以直接計落去。
- 整個解方程嘅步驟如下：
 
$$x^4 + 4x^2 - 5 = 0$$

$$(x^2)^2 + 4x^2 - 5 = 0 \quad \leftarrow \text{依條係二次方程，所以可以直接篤計數機。}$$

$$x^2 = 5 \quad \text{或} \quad x^2 = -1 \quad (\text{捨去}) \quad \leftarrow \text{因為 } x^2 \text{ 冇可能係負數，所以要捨去此答案。}$$

$$x = \sqrt{5} \quad \text{或} \quad x = -\sqrt{5} \quad \leftarrow \text{記住我哋要一路計落去，直到接到 } x \text{ 為止。}$$

### 5.3.3. 對數方程 (Logarithmic Equations)

- 對數方程係指方程入面會有 log 嘅出現。
- 而解“可變為二次方程嘅對數方程”其實同解一般對數方程一樣，方法基本上係：
  - 整到兩邊都係“log 一夠嘢”
  - 之後一齊整走個 log
  - 而整走個 log 之後就應該會得到一條二次方程

例子：解方程  $2\log x - \log(2x-1) = 0$

解說：

- 首先大家要熟對數嘅性質。詳細可睇返“3.3.3 對數的性質”。
- 整個解方程嘅步驟如下：

$$2\log x - \log(2x-1) = 0$$

$$\log x^2 = \log(2x-1) \quad \leftarrow \text{利用 } \log x^a = a \log x$$

$$x^2 = 2x - 1$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$x = -1 \quad \leftarrow \text{直接篤計數機}$$

#### 5.3.4. 三角方程 (Trigonometric Equations)

- ◇ “可變為二次方程嘅三角方程” 喺度唔講住。
  - 等教完三角比嗰課再講。