

## 4.5. 進行有理函數的加、減、乘及除 (Perform Additions, Subtraction, Multiplication and Division of Rational Functions)

☆ “有理函數”即係“一個以多項式為分母嘅分數”

### 4.5.1. 有理函數的加及減

☆ “有理函數的加及減”其實同“分數加減”大同小異。

■ 當中最重要嘅技巧係“通分母”。

■ 而“通分母”當中又要搵 HCF 同 LCM。

◆ 依個亦都係點解我哋之前要學“搵多項式嘅最大公因式同最小公倍式”

● 分數加減的例子：

$$\begin{aligned} \frac{3}{54} - \frac{2}{45} &= \frac{3 \times 5}{270} - \frac{2 \times 6}{270} && (270 \text{ 係 } 54 \text{ 同 } 45 \text{ 嘅 LCM}) \\ &= \frac{15 - 12}{270} \\ &= \frac{3}{270} \\ &= \frac{1}{90} \end{aligned}$$

● 明白以上嘅分數相減之後就應該可以明白“有理函數的加及減”係點做嘅：

$$\begin{aligned} \frac{a}{a-1} - \frac{1}{a+1} \\ &= \frac{a(a+1) - 1(a-1)}{(a-1)(a+1)} && ((a-1) \text{ 同 } (a+1) \text{ 嘅最小公倍式係 } (a-1)(a+1)) \\ &= \frac{a^2 + a - a + 1}{(a-1)(a+1)} \\ &= \frac{a^2 + 1}{(a-1)(a+1)} \end{aligned}$$

☆ “有理函數的加及減”應該唔會出得太深。

■ 最多分母度會係一個“二次方”嘅多項式。

◆ 遇到咁嘅情形，大家就先要將分母做因式分解。

➤ 詳細嘅做法可以睇返“1.1.3 點做因式分解”

### 4.5.2. 有理函數的乘及除

- ◇ “有理函數的乘” 其實同 “分數乘” 大同小異。
  - 當中最重要嘅技巧係 “約數”。
  - 其次就係將多項式做因式分解（方便約數）。
- ◇ “有理函數的除” 其實同 “分數除” 大同小異。
  - 當中最重要嘅技巧係利用 “將除數上下顛倒” 將 “除變乘”。

- 分數相乘的例子：

$$\frac{5}{54} \times \frac{2}{45} = \frac{1}{27} \times \frac{1}{9} \quad (5 \text{ 同 } 45 \text{ 可約、} 2 \text{ 同 } 54 \text{ 又可以約})$$

$$= \frac{1}{243}$$

- 明白以上嘅分數相乘之後就應該可以明白 “有理函數的乘及除” 係點做嘅：

$$\frac{x-2}{x^2+x-6} \div \frac{5}{x^2+5x+6}$$

$$= \frac{x-2}{(x+3)(x-2)} \div \frac{5}{(x+3)(x+2)} \quad (\text{先把多項式做因式分解})$$

$$= \frac{x-2}{(x+3)(x-2)} \times \frac{(x+3)(x+2)}{5} \quad (\text{“將除數上下顛倒” 將 “除變乘”})$$

$$= \frac{1}{1} \times \frac{(x+2)}{5} \quad (\text{約數})$$

$$= \frac{(x+2)}{5}$$