

4.3. 理解因式定理 (Understand the Factor Theorem)

- 先喺度問大家一個問題：點解“2 係 8 嘅因數”？
 - 我諗多數人都會答“因為 $2 \times 4 = 8$ ”。
 - 但其實另一種更好嘅講法係“8 可以被 2 整除”（即“除得盡”）。
 - ◆ 而“除得盡”亦即係“餘數 = 0”。
 - ◆ 點解咁講好 D？
 - 如果我問你“點解 2 係 15556452215456456638 嘅因數”，你會點答？
 - 唔通你真係計一次“2 乘幾多係 15556452215456456638”？
- 同樣道理，如果 $(ax + b)$ 係一個多項式 $f(x)$ 嘅因式：
 - 咁即係話 $f(x) \div (ax + b)$ 嘅時候，餘數係 0。
 - 根據餘式定理，即係“ $f(-b/a) = 0$ ”。
 - ◆ 只要明白“點解搵因式嘅時候要用餘數係等於零”依個道理就已經可以話學識“因式定理”！
- 因式定理所講嘅係：

對於一個多項式 $f(x)$ ，如 $f(-b/a) = 0$ ，則 $(ax + b)$ 是 $f(x)$ 的因式。

- 例子： $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 3x - 2$ 。求 $f(1)$ 。由此，因式分解 $2x^3 + 3x^2 - 3x - 2$ 。
- 解說：
 - 喺會考嘅多項式因式分解題目入面，最多只會出到“三次方”。
 - 而題目會先“提示你第一個因式係咩”。提示嘅方法可以喺叫你證明 $(x - 1)$ 係 $f(x)$ 嘅因式，或者叫你計 $f(1)$ 。不過無論點俾提示你都好，都係講緊要用“因式定理”（因為 $f(1) = 0$ ，所以 $(x - 1)$ 係 $f(x)$ 嘅因式）。
 - ◆ 留意，如果你計唔到 $f(1) = 0$ ，99.99% 係因為你計錯數。
 - 個答案可以咁樣寫：

$$f(1) = 2(1)^3 + 3(1)^2 - 3(1) - 2 = 0$$

根據因式定理，因 $f(1) = 0$ ，所以 $(x - 1)$ 是 $2x^3 + 3x^2 - 3x - 2$ 的因式。

$$\text{所以， } 2x^3 + 3x^2 - 3x - 2 = (x - 1)(2x^2 + 5x + 2)$$

$$= (x - 1)(2x + 1)(x + 2)$$

☆ 註：同學喺計上面條數嘅時候，第一步就係喺草稿紙到用長除法計：

$$2x^3 + 3x^2 - 3x - 2 \div x - 1$$

大家應該計到餘數係 0。但更重要係計到個商數等於 $2x^2 + 5x + 2$ 。咁就可以寫低：

$$2x^3 + 3x^2 - 3x - 2 = (x - 1)(2x^2 + 5x + 2)$$

之後再用部計數機嘅“解一元二次方程”程式幫你做“ $2x^2 + 5x + 2$ ”嘅因式分解，咁可以再寫到最終答案：

$$= (x - 1)(2x + 1)(x + 2)$$