

1.7. 理解根與係數的關係及以此關係建立二次方程 (Understand the Relations between the Roots and Coefficients and Form Quad. Eqn. Using these Relations)

- 依一課可以話係單元 1.2 “由已知根建立二次方程” 嘅延續。
- 假設我哋已知有一條一元二次方程嘅根係 α 同 β ，咁條方程其實係：

$$(x - \alpha)(x - \beta) = 0$$

$$\text{即 } x^2 - \alpha x - \beta x + \alpha \beta = 0$$

$$\text{即 } x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha \beta = 0$$

- 從以上嘅例子，大家可以見到由已知根嚟建立二次方程，我哋只要計到 $\alpha + \beta$ 同 $\alpha \beta$ 係可以了。

◆ 我哋會叫 “ $\alpha + \beta$ ” 做 “根的和” (sum of roots)；

◆ 而 “ $\alpha \beta$ ” 就係 “根的積” (product of roots)；

- 睇返之前嘅學習單元 1.2 度嘅例題：已知二次方程的根為 -1 和 -3，求二次方程。

- 當時嘅做法同答案係：

$$(x + 3)(x + 1) = 0$$

$$x^2 + x + 3x + 3 = 0$$

$$x^2 + 4x + 3 = 0$$

- 如果用上面得到嘅式 ($x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha \beta = 0$)，個答案可以咁寫：

$$\text{因 根的和} = (-1) + (-3) = -4$$

$$\text{根的積} = (-1)(-3) = 3$$

所以要求的二次方程為：

$$x^2 - (-4)x + 3 = 0$$

$$x^2 + 4x + 3 = 0$$

- 依家考慮一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ：

- 如果同 $x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha \beta$ 做比較，我哋會首先發現一個係 ax^2 ，一個係 x^2 。

- 所以如果要令兩條式相等，我哋要將 “ $ax^2 + bx + c = 0$ ” 左右都除 a 。即：

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

- 比較 “ $x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha \beta$ ” 同 “ $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$ ”，我哋得到嘅依課度要學嘅嘢：

$$\alpha + \beta = -b/a$$

$$\alpha \beta = c/a$$

1.8. 欣賞數系 (包括複數系) 的發展 (Appreciate the Development