

## 1.5. 理解二次方程的判別式與其根的性質之關係 (Understand the Relations between the Discriminant of a Quad Eqn and the Nature of its Roos)

- 首先請大家用計數機計吓以下嘅數值：

$$1 + \sqrt{9} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$1 - \sqrt{9} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$2 + \sqrt{0} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$2 - \sqrt{0} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$1 + \sqrt{-3} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$1 - \sqrt{-3} = \underline{\hspace{2cm}}$$

← 計到 “Math Error” 係正常嘅！

- 大家請注意開方根入面嘅數值會點影響計出嚟嘅答案。

- 根據求根公式，：
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

- 假如我哋設  $\Delta = b^2 - 4ac$ ，咁方程嘅兩個根就係：

$$x = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{或} \quad x = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

- 留意如果：

- $\Delta = 0$ ，“ $-b + \sqrt{\Delta}$ ” 同 “ $-b - \sqrt{\Delta}$ ” 都會變成 “ $-b$ ”。兩個根都會等於 “ $-b / 2a$ ”。
- $\Delta > 0$ ，“ $-b + \sqrt{\Delta}$ ” 同 “ $-b - \sqrt{\Delta}$ ” 就會唔一樣，即係兩個根會唔相等。
- $\Delta < 0$ ， $\sqrt{\Delta}$  係計唔到嘅，所以我哋會話 “沒有實根”（實根=實數的根，例如 1.1, 2）。

總結：

- 所謂 “根的性質”，我哋係講緊兩個根是否存在，同理是否一樣
- $\Delta = b^2 - 4ac$ ，叫做 “判別式”（discriminant）
- 根據判別式嘅大細，我哋可以知道根嘅性質：

$\Delta >$	方程有兩個不同嘅實根 (2 unequal real roots)
$\Delta = 0$	方程有兩個相同嘅實根 “二重根” (2 equal roots)
$\Delta < 0$	方程沒有實根 (no real roots)

- 常見會考問法（始終未有人考過中學文憑公開試，會考題不失為一個好嘅參考！）：
  - 喺會考度，有時題目會問：“已知  $x^2 + 5x + k = 0$  沒有實根，求 k 的範圍。”
  - 見到 “沒有實根”，大家就要諗起 “ $\Delta < 0$ ”，即  $(5)^2 - 4(1)(k) < 0$ 。
  - 所以個答案可以咁寫：

$$\begin{aligned} \text{因方程沒有實根，} \quad \Delta < 0 \\ (5)^2 - 4(1)(k) < 0 \\ 25 < 4k \\ k > 25/4 \end{aligned}$$